

Network Routing with Path Vector Protocols: Theory and Applications

Gregor Kopf

Seminar „Internet Routing“,
Technische Universität Berlin

4. März 2008

Inhalt

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische
Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz
und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- 1 Einleitung
 - Motivation
 - Grundlegende Begriffe
- 2 Mathematische Formulierung
 - Bestandteile
 - Beispiele
 - Eigenschaften
- 3 Konvergenz und Optimalität
 - Nachweis
- 4 Anwendungsbeispiel
- 5 Literatur
- 6 Fazit

Motivation

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation

Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Routingprotokolle sind von zentraler Bedeutung
- Nachweis bestimmter Eigenschaften oft schwierig
- Insbesondere Konvergenz und Optimalität von Interesse

In-Baum

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation

Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile

Beispiele

Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

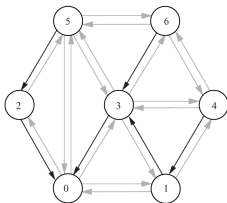


Abbildung: In-Baum
mit Wurzel 0 (dunkle
Pfeile)

In-Baum

- Ein gerichteter Graph
- An jedem Knoten genau eine Kante abgehend
- Nur an der sog. Wurzel keine abgehenden Kanten
- Erwartete Datenstruktur beim Routing nach Zieladresse

Optimaler In-Baum

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation

Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile

Beispiele

Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Ein In-Baum T_d mit Wurzel d ist optimal, wenn für alle Knoten u gilt:

- gehört u zu T_d , so ist der Pfad von u zu d optimal
- gehört u nicht zu T_d , so gibt es keinen optimalen Pfad von u zu d

Bemerkung

Vermag ein Routingverfahren, optimale In-Bäume zu erzeugen, so findet es optimale Pfade

Konvergenz

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation

Grundlegende
Begriffe

Mathematische
Formulierung

Bestandteile

Beispiele

Eigenschaften

Konvergenz
und

Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Routingprotokolle tauschen Informationen über die Netzwerktopologie aus
- Änderung der Topologie führt zum Austausch von Routingnachrichten
- Endet dieser Austausch nach endlicher Zeit, so nennt man das Protokoll konvergent

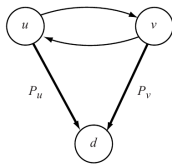


Abbildung: Gegenbeispiel zur Konvergenz

- Sei $w(vuP_u) < w(P_v)$ und $w(uvP_v) < w(P_u)$, so konvergiert das Protokoll nicht

Algebra

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Um Optimalität und Konvergenz nachzuweisen, bedarf es eines Formalismus
- Hier wird ein algebraischer Ansatz verwendet
- Maßgeblich für die Beurteilung von Pfaden ist die Routingmetrik

Labels, Signaturen und Gewichte

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität
Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Labels

Die Menge der Labels L charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Links im Netz

Signaturen

Die Menge Σ der Signaturen charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Pfade im Netz

Gewichte

Die Menge der verwendeten Gewichte nennt man W

Labels, Signaturen und Gewichte

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Labels

Die Menge der Labels L charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Links im Netz

Signaturen

Die Menge Σ der Signaturen charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Pfade im Netz

Gewichte

Die Menge der verwendeten Gewichte nennt man W

Labels, Signaturen und Gewichte

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Labels

Die Menge der Labels L charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Links im Netz

Signaturen

Die Menge Σ der Signaturen charakterisiert die Sicht des Protokolls auf die Pfade im Netz

Gewichte

Die Menge der verwendeten Gewichte nennt man W

Operationen und Funktionen

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile

Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Funktion f

Eine Funktion $f : \Sigma \rightarrow W$ ordnet den Signaturen ihre Gewichte zu

Relation \preceq

Die Relation \preceq stellt eine Totalordnung auf W dar (damit es möglich ist, ein kleinstes Gewicht zu finden)

Operation \oplus

Die Operation $\oplus : L \times \Sigma \rightarrow \Sigma$ modelliert das Erweitern von Pfaden durch Anhängen von Links

Signatur ϕ

Die Signatur ϕ kennzeichnet die Abwesenheit eines Routingfades

Operationen und Funktionen

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische
Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz
und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Funktion f

Eine Funktion $f : \Sigma \rightarrow W$ ordnet den Signaturen ihre Gewichte zu

Relation \preceq

Die Relation \preceq stellt eine Totalordnung auf W dar (damit es möglich ist, ein kleinstes Gewicht zu finden)

Operation \oplus

Die Operation $\oplus : L \times \Sigma \rightarrow \Sigma$ modelliert das Erweitern von Pfaden durch Anhängen von Links

Signatur ϕ

Die Signatur ϕ kennzeichnet die Abwesenheit eines Routingfades

Operationen und Funktionen

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile

Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Funktion f

Eine Funktion $f : \Sigma \rightarrow W$ ordnet den Signaturen ihre Gewichte zu

Relation \preceq

Die Relation \preceq stellt eine Totalordnung auf W dar (damit es möglich ist, ein kleinstes Gewicht zu finden)

Operation \oplus

Die Operation $\oplus : L \times \Sigma \rightarrow \Sigma$ modelliert das Erweitern von Pfaden durch Anhängen von Links

Signatur ϕ

Die Signatur ϕ kennzeichnet die Abwesenheit eines Routingfades

Operationen und Funktionen

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische
Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz
und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Funktion f

Eine Funktion $f : \Sigma \rightarrow W$ ordnet den Signaturen ihre Gewichte zu

Relation \preceq

Die Relation \preceq stellt eine Totalordnung auf W dar (damit es möglich ist, ein kleinstes Gewicht zu finden)

Operation \oplus

Die Operation $\oplus : L \times \Sigma \rightarrow \Sigma$ modelliert das Erweitern von Pfaden durch Anhängen von Links

Signatur ϕ

Die Signatur ϕ kennzeichnet die Abwesenheit eines Routingfadens

Die Algebra

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität
Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Die Algebra

Die Algebra ist somit insgesamt ein Siebentupel
 $(W, \preceq, L, \Sigma, \phi, \oplus, f)$.

- Eigenschaften der Algebra werden im folgenden untersucht

Beispielalgebren

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile

Beispiele

Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Zur Verdeutlichung der Algebra einige Routingmetriken im algebraischen Kontext

Tabelle: Beispielalgebren

W	\oplus	ϕ	\preceq	Optimaler Pfad
$\mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$	$+$	∞	\leq	kürzester
$\mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$	min	0	\geq	breitester
$[0, 1]$	\cdot	0	\geq	zuverlässigster

Eigenschaften der Algebra

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Zwei wichtige Eigenschaften einer Algebra

Monotonie

$$\forall l \in L \forall \alpha \in \Sigma : f(\alpha) \preceq f(l \oplus \alpha)$$

Durch das Hinzufügen eines Labels zu einer Signatur steigt deren Gewicht.

Isotonie

$$\forall l \in L \forall \alpha, \beta \in \Sigma : f(\alpha) \preceq f(\beta) \Rightarrow f(l \oplus \alpha) \preceq f(l \oplus \beta)$$

Das Hinzufügen eines Labels zu zwei Signaturen ändert deren Gewichtsverhältnis nicht.

Eigenschaften der Algebra

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Zwei wichtige Eigenschaften einer Algebra

Monotonie

$$\forall l \in L \forall \alpha \in \Sigma : f(\alpha) \preceq f(l \oplus \alpha)$$

Durch das Hinzufügen eines Labels zu einer Signatur steigt deren Gewicht.

Isotonie

$$\forall l \in L \forall \alpha, \beta \in \Sigma : f(\alpha) \preceq f(\beta) \Rightarrow f(l \oplus \alpha) \preceq f(l \oplus \beta)$$

Das Hinzufügen eines Labels zu zwei Signaturen ändert deren Gewichtsverhältnis nicht.

Konvergenz

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische

Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz

und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Beobachtung aus Beispiel: Kreise im Netz können Konvergenz verhindern
- Genauer: nur Kreise, deren Gewicht bei mehrmaligem Durchlauf nicht größer wird
- Zwei Lösungsansätze
 - Kreise müssen bei mehrmaligem Durchlauf ihr Gewicht vergrößern (freies Netzwerk)
 - Das Protokoll wählt von zwei gleich gewichteten Pfaden immer den kürzeren (wenn die Algebra monoton ist)

Optimalität

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Idee hier: Routingprotokoll ist beschränkt auf lokale Sicht
- Zu zeigen: Die lokal optimale Sicht erzeugt global optimale In-Bäume
- Unter der Annahme einer monotonen Algebra hängt das von der Isotonie ab

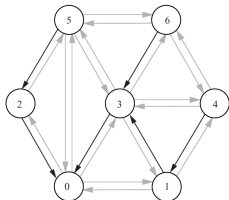


Abbildung: Beispielnetzwerk

Konvergenzsatz

Ein Routingprotokoll konvergiert dann, wenn die ihm zugrundeliegende Algebra monoton ist und das Netzwerk frei ist oder das Routingprotokoll zwischen zwei gleich gewichteten Pfaden immer den mit der kleineren Zahl an Links bevorzugt.

Optimalitätssatz

Ist die einem Protokoll zugrundeliegende Algebra monoton, so wählt das Protokoll genau dann einen optimalen Pfad, wenn die Algebra auch isoton ist.

Nachweis der Eigenschaften

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Überprüfen der Monotonie und Isotonie einer Algebra nicht trivial
- Naiver Ansatz: Ausprobieren
 - Am Beispiel Monotonie: Für alle Signaturen α und Labs L : $w(l \oplus \alpha)$ mit $w(\alpha)$ vergleichen
 - Isotonie analog
- Polynomiell in $|\Sigma|$ und $|L|$
- Bisher verwendete Ansätze: Polynomiell in Anzahl der Pfade im Netz

Customer-Provider- & Peer-Peer-Beziehungen

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Policy based routing
- Verschiedene Arten von Links: Customer (p), Provider (c) und Peer (r)
- Minimierung der Kosten führt zu den Policies:
 - Kunden lassen ihre Peer-Pfade nicht von ihrem Provider nutzen
 - Provider lassen ihre Kunden alle Pfade nutzen
 - Kunden lassen ihre Provider nicht untereinander Daten austauschen

Beispielnetzwerk

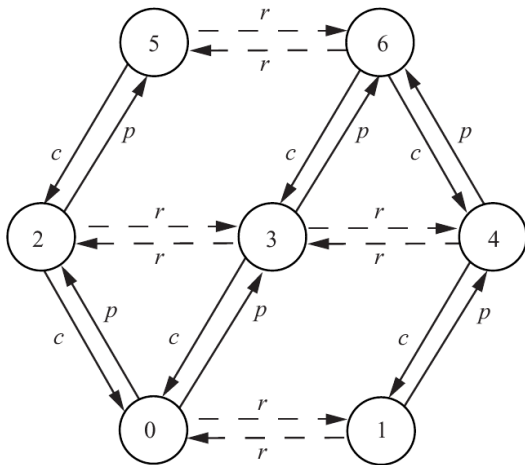


Abbildung: Netzwerk mit Customer-Provider & Peer-Peer-Beziehungen

Routing-
Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische
Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz
und
Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

Algebraische Beschreibung

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und

Optimalität
Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Die Operation \oplus definiert man wie folgt:

\oplus	ε	c	r	p
c	c	c	ϕ	ϕ
r	r	r	ϕ	ϕ
p	p	p	p	p

- Die Funktion f definiert man als: $f(\varepsilon) = 0$

$$f(c) = 1$$

$$f(r) = f(p) = 2$$

$$f(\varphi) = \infty$$

Eigenschaften dieser Algebra

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- **Monotonie**
Gewicht einer Signatur wird durch \oplus nie kleiner
- **Isotonie**
Die Operation \oplus verändert keine Gewichtsverhältnisse
- **Freiheit des Netzwerks**
Netzwerk ist frei, wenn keine Kreise, die nur aus c oder p Links bestehen, existieren.

Literatur

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit



João Luís Sobrinho. Network Routing with Path Vector Protocols: Theory and Applications. SIGCOMM'03, August 25-29, 2003, Karlsruhe, Germany.



Timothy G. Griffin, João Luís Sobrinho. Metarouting. SIGCOMM'05, August 21-26, 2005, Philadelphia, Pennsylvania, USA.

Fazit

Routing- Algebra

Einleitung

Motivation
Grundlegende
Begriffe

Mathematische Formulierung

Bestandteile
Beispiele
Eigenschaften

Konvergenz und Optimalität

Nachweis

Anwendung

Literatur

Fazit

- Gute algebraische Theorie eines komplexen Themas
- Senkung der Zeitkomplexität einer Analyse
- Weitere Verwendung der Algebra in [GS 05]