Weihnachtsseminar: Über den Wert von Freundschaft - Das „Impf Dich gegen den Virus!“-Spiel in sozialen Netzwerken

Stefan Schmid

T-Labs / TU Berlin

mit...

Yvonne Anne Pignolet

ABB Research

Roger Wattenhofer

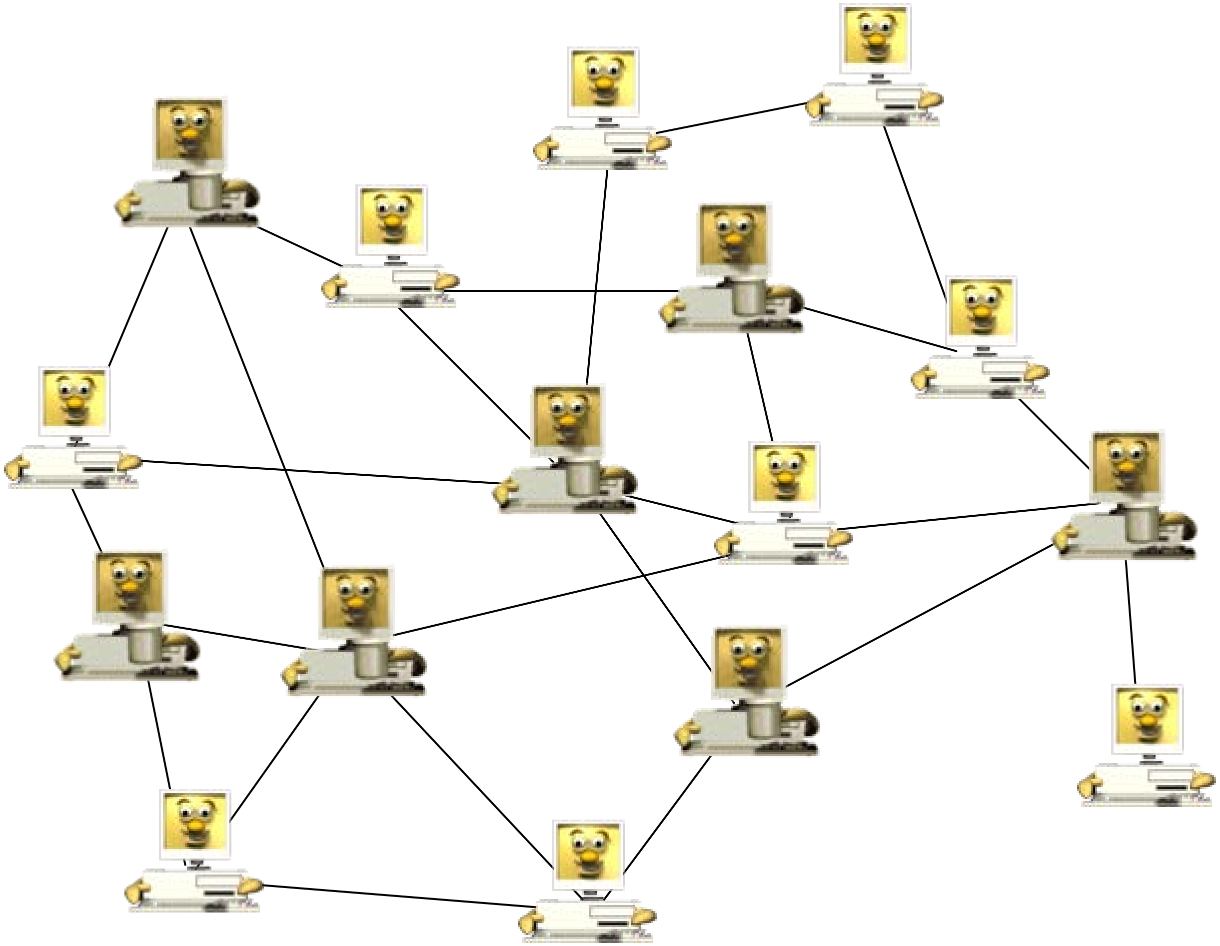
DISCO @ ETH

Dominic Meier

ETH

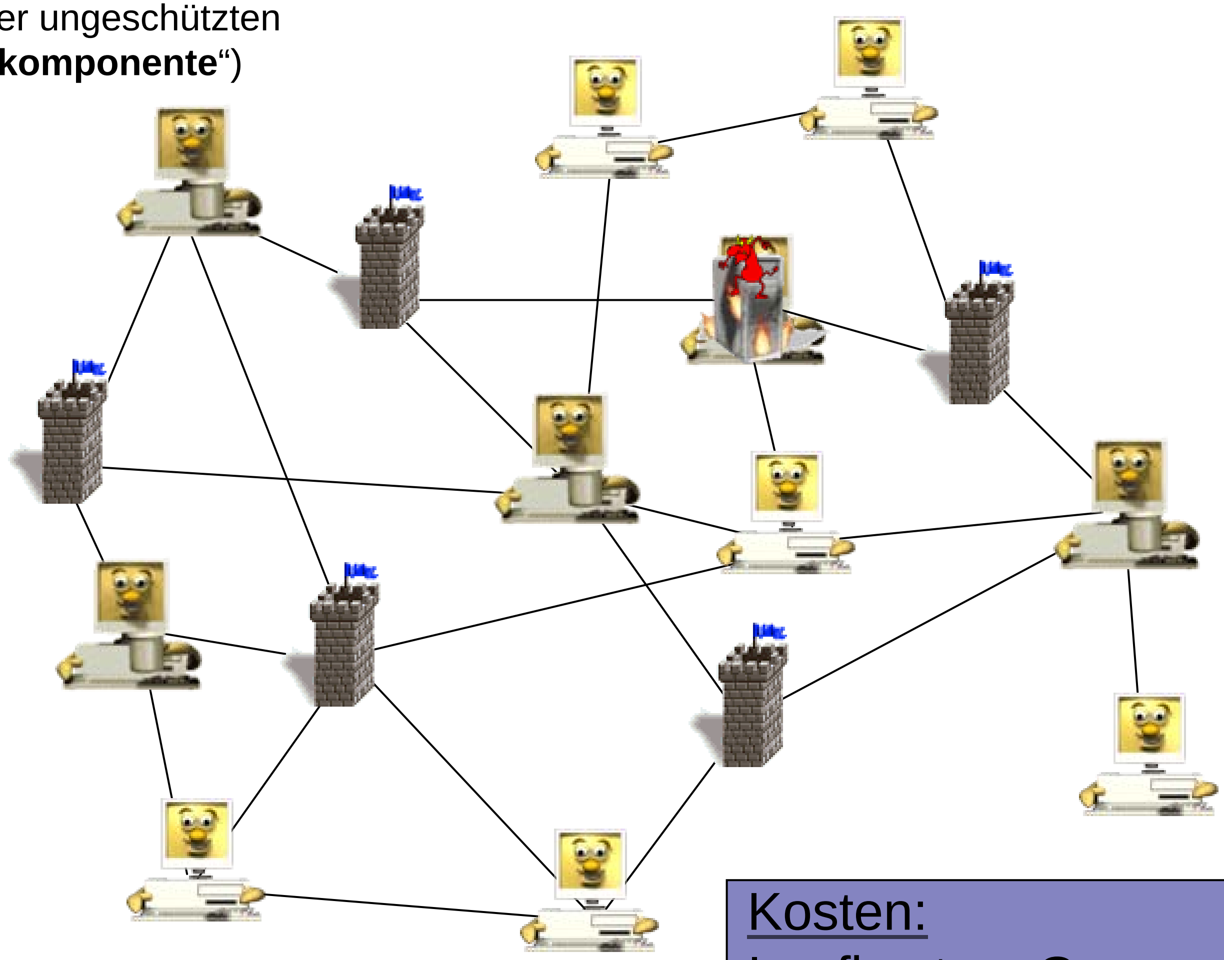
... Ideen gesucht! ☺

Das Virus Spiel: Vernetzte Spieler...



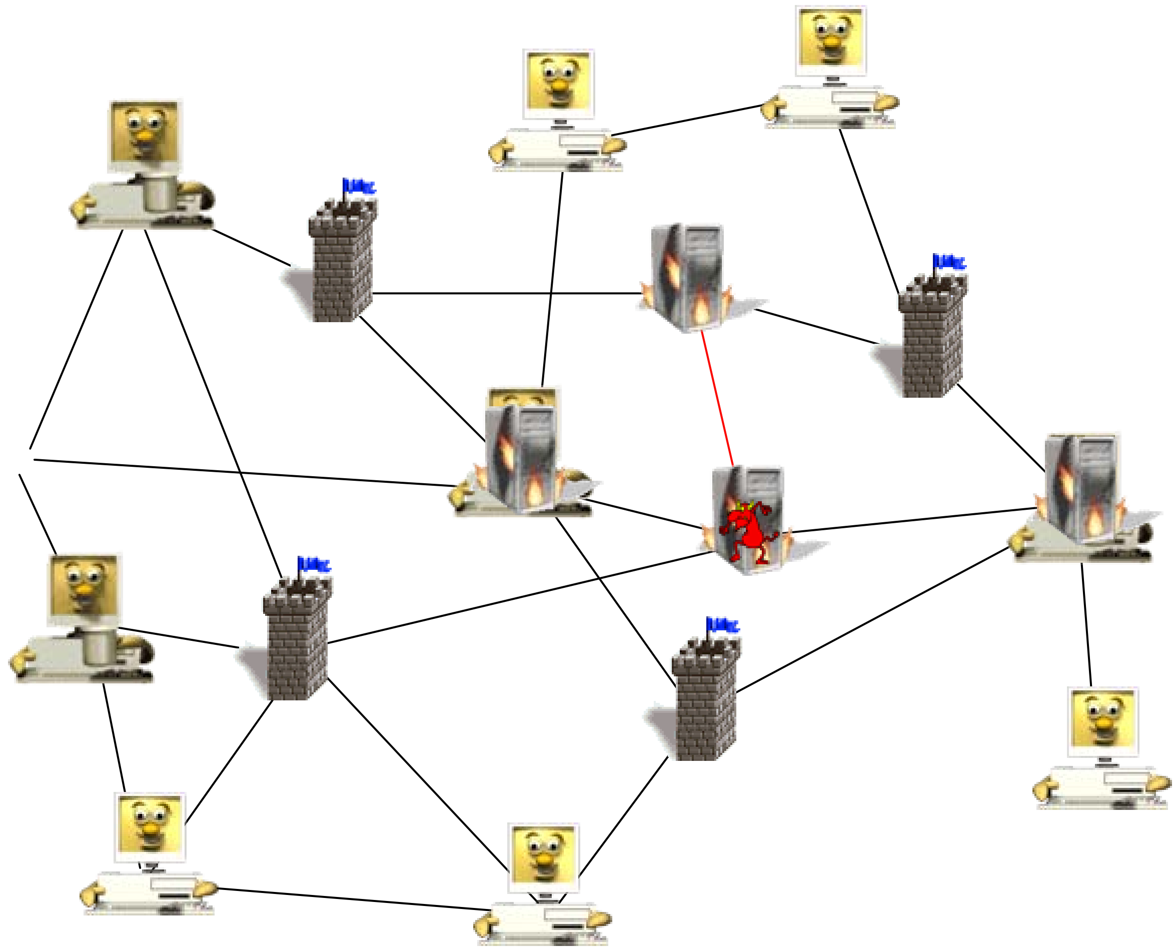
... können sich impfen oder riskieren krank zu werden...

Virusausbruch:
(uniform) zufälliger Spieler wird infiziert:
1. erkrankt falls nicht geimpft
2. Virus breitet sich unter ungeschützten Nachbarn aus („**Attackkomponente**“)

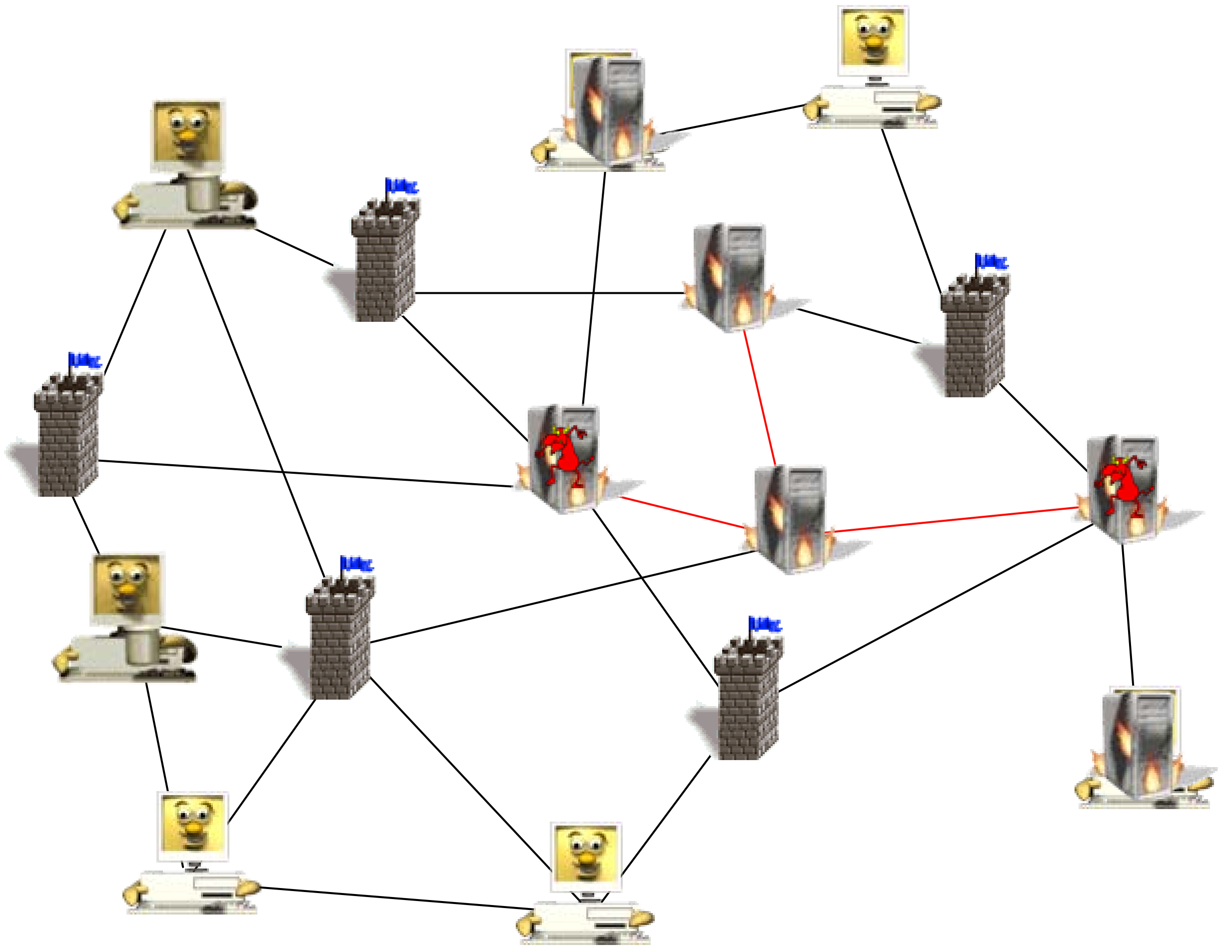


Kosten:
Impfkosten: **C**
Schaden durch Virus: **L>C**

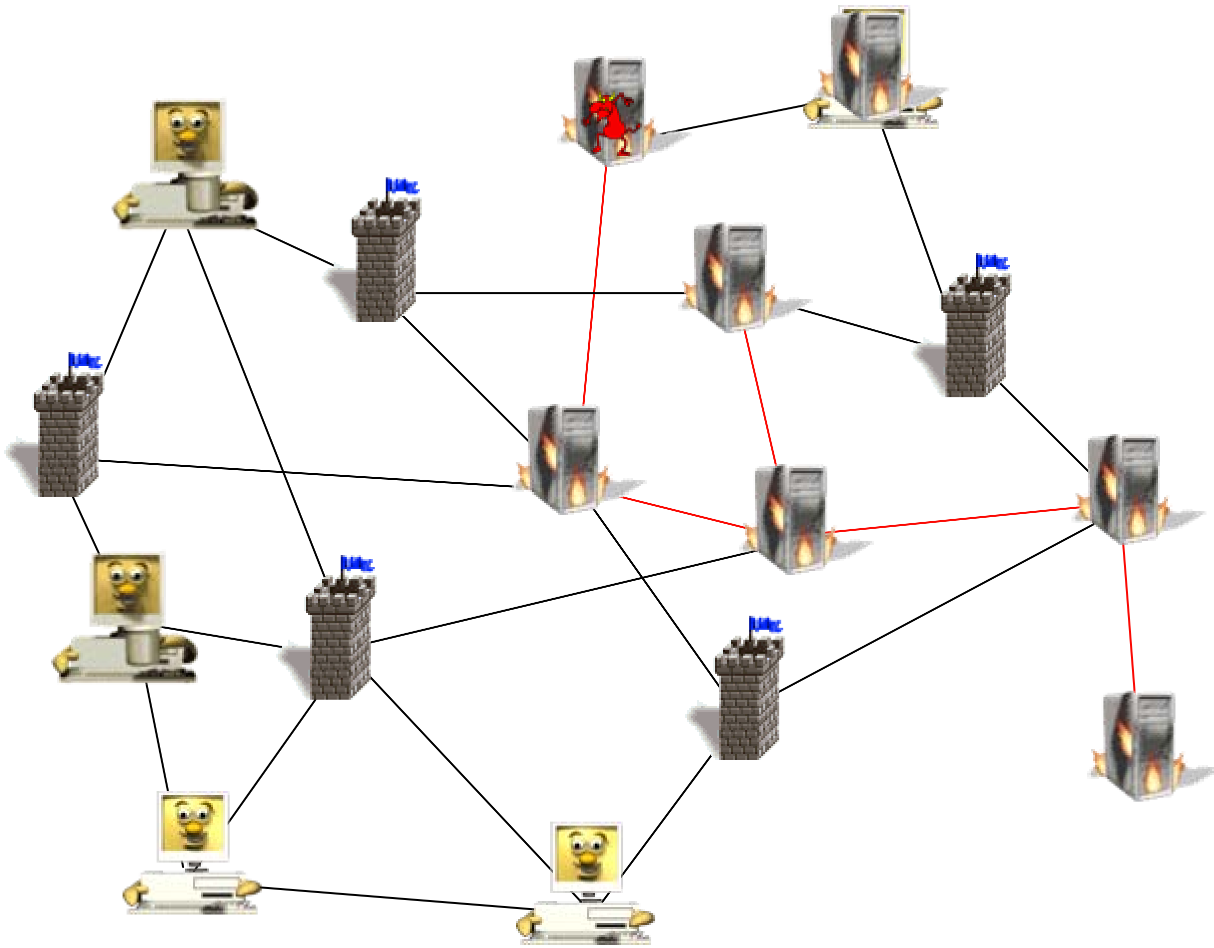
Virus breitet sich unter unsicheren Nachbarn aus...



Ganze Attackkomponente erkrankt!



Ganze Attackkomponente erkrankt!



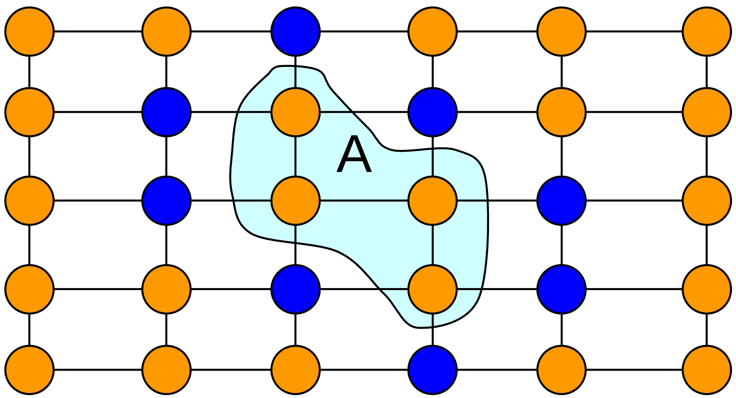
Nash equilibrium?

- Wie schauen (pure) Nash Equilibrien aus?
  - Sichere (blaue) Knoten definieren **Attackkomponenten A**

- Wann ist ein unsicherer Spieler *p* zufrieden?
- Falls *p* in Attackkomponente A der Grösse höchstens...

  ... Cn/L, weil sonst

  C < |A|/n * L



- Wann ist ein sicherer Spieler *p* zufrieden?
- Falls *p* sonst in Attackkomponente A der Grösse mindestens...

  ... Cn/L wäre!

<u>Kosten:</u>
Impfkosten: **C**
Schaden durch Virus: **L**

Sind alle Spieler egoistisch?!

Ohne und mit Freunden

<u>Modell 1:</u> alle Spieler sind egoistisch

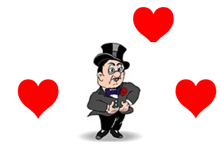
- Wollen Kosten minimieren: *actual costs*

$$c_a(i,\vec{a}) = a_i \cdot C + (1-a_i)L \cdot \frac{k_i}{n}$$

a_i = geimpft?

k_i = Attackkomponentengrösse

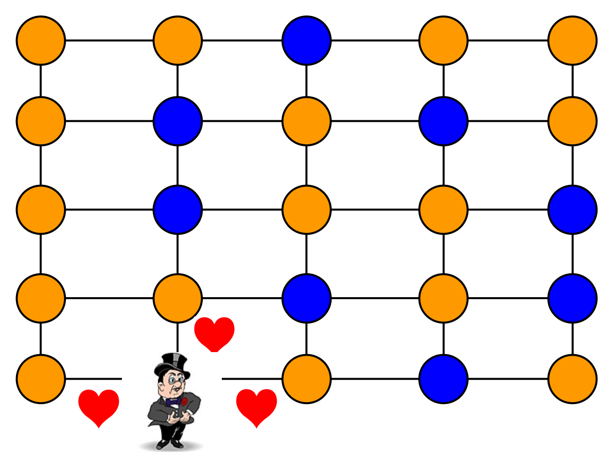
<u>Modell 2:</u> Spieler kümmern sich um Freunde



- Wollen Kosten minimieren: *perceived costs*

$$c_p(i,\vec{a}) = c_a(i,\vec{a}) + F \cdot \sum_{p_j \in \Gamma(p_i)} c_a(j,\vec{a})$$

F = Freundschaftsfaktor (Freunde = Nachbarn im sozialen Netzwerk)



Was ist besser?!

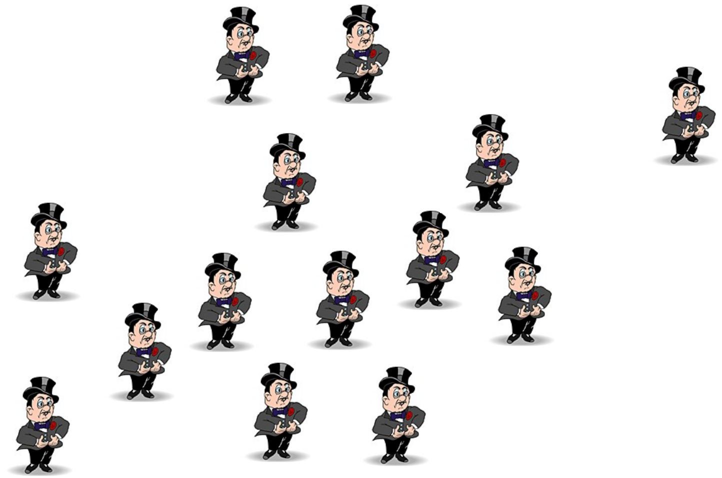
Was ist besser...?

- Messung der Effekte von sozialem Verhalten?

- Soziale Kosten

  - Summe aller **actual costs** der Spieler

  - ... also *nicht* der perceived costs!



- Annahme: Spieler konvergierten zu Gleichgewicht (equilibrium), falls eines existiert
- Nash equilibrium

  - Strategieprofile in denen kein Spieler seine Kosten reduzieren kann...

  - ... gegeben die Strategien der anderen Spieler

  - Nash equilibrium (NE): Szenario mit egoistischen Spielern (Modell 1)

  - Friendship Nash equilibrium (FNE): Szenario in sozialem Netzwerk (Modell 2)

  - FNE ist definizert bezüglich **perceived costs**!

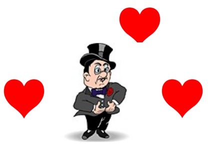
Windfall of Friendship

- Effekte der Freundschaft?

- Windfall of Friendship

  - Vergleiche (soziale Kosten von) schlechtestem NE von Modell 1 (perceived costs = actual costs)...

  - ... mit schlechtestem FNE (Modell 2), wo Spieler Kosten der Freunde mit Faktor F berücksichtigen



Erste Resultate in

„On the Windfall of Friendship"
Meier, Oswald, Schmid, Wattenhofer (ACM EC 2008)

Windfall of Friendship

- Der Windfall of Friendship (WoF) ist definiert als

$$\Upsilon(F,I) = \frac{\max_{NE} C_{NE}(I)}{\max_{FNE} C_{FNE}(F,I)}$$

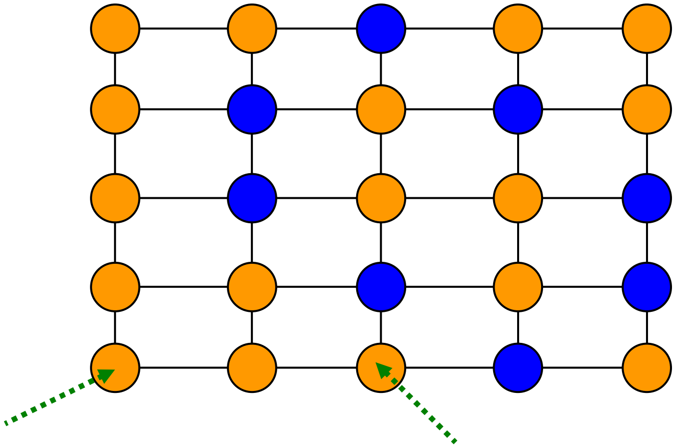
Instanz I beschreibt Graph,
C und L

WoF >> 1 => Freundschaft erhöht totale Zufriedenheit WoF < 1 => Freundschaft führt zu schlechteren Equilibrien

Wann ist ein sozialer Spieler zufrieden?

- In Friendship Nash Equilibrien (FNE) ist die Situation komplexer

- Das Problem wird asymmetrisch
  - Ein unsicherer Spieler in der Attackkomponente kann glücklich sein...
  - ... während andere in der gleichen Komponente unglücklich sind!
  - Grund: haben unterschiedliche Anzahl unsichere Nachbarn



nicht happy: zwei unsichere Nachbarn
(mit gleichen actual costs)

happy: nur ein unsicherer Nachbar

Bounds für den Windfall of Friendship

THEOREM 4.2. *For all instances of the virus inoculation game and* $0 \leq F \leq 1$, *it holds that*

$$1 \leq \Upsilon(F, I) \leq PoA(I).$$

Management summary:

- Freundschaft kann nie schaden!
- Der Gewinn kann aber nicht grösser sein als der Price of Anarchy

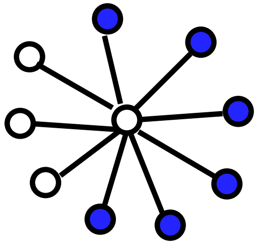
  - Price of Anarchy = Verhältnis von schlechtestem Nash equilibrium und sozialem Optimum

Und: der Gewinn kann wirklich so gross sein wie PoA (wie social optimum)!

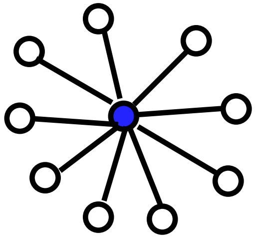
(„tight bounds“, z.B. im Stern)

Beispiel auf dem Stern Graph

- Was ist das schlechteste NE im Stern?



- Im Stern gibt's immer ein normales NE bei dem der Zentrumsspieler unsicher ist, d.h., es gibt n/L unsichere Spieler und n-n/L sichere Spieler, für C=1:
  Soziale Kosten = (n/L)/n * n/L * L + (n-n/L) ~ n

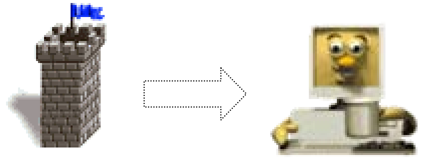


- Aber im Fall von FNEs gibt's Situationen wo Zentrum immer sicher ist! Für C=1:
  Soziale Kosten = 1 + (n-1)/n * L ~ L

WoF kann so gross sein wie PoA,
bis *n* (falls L konstant).

Beweisidee für Lower Bound

- WoF $\geq$ 1 weil...:
- Betrachte beliebiges FNE (für beliebiges F):



Aus diesem FNE lässt sich ein normales NE konstruieren (via einer best response Strategie, konvergiert) mit mind. so hohen sozialen Kosten:

- Attackkomponenten werden höchstens grösser: Spieler werden nur noch unsicher, aber nicht mehr sicher
- Aufgrund von Symmetrie kann ein Spieler der unsicher wird keine anderen Spieler dazu bewegen, wieder sicher zu werden
- Einfache Rechnungen zeigen: Kosten können höchstens ansteigen!

- Resultat „intuitiv“, keine Überraschung
- Aber...

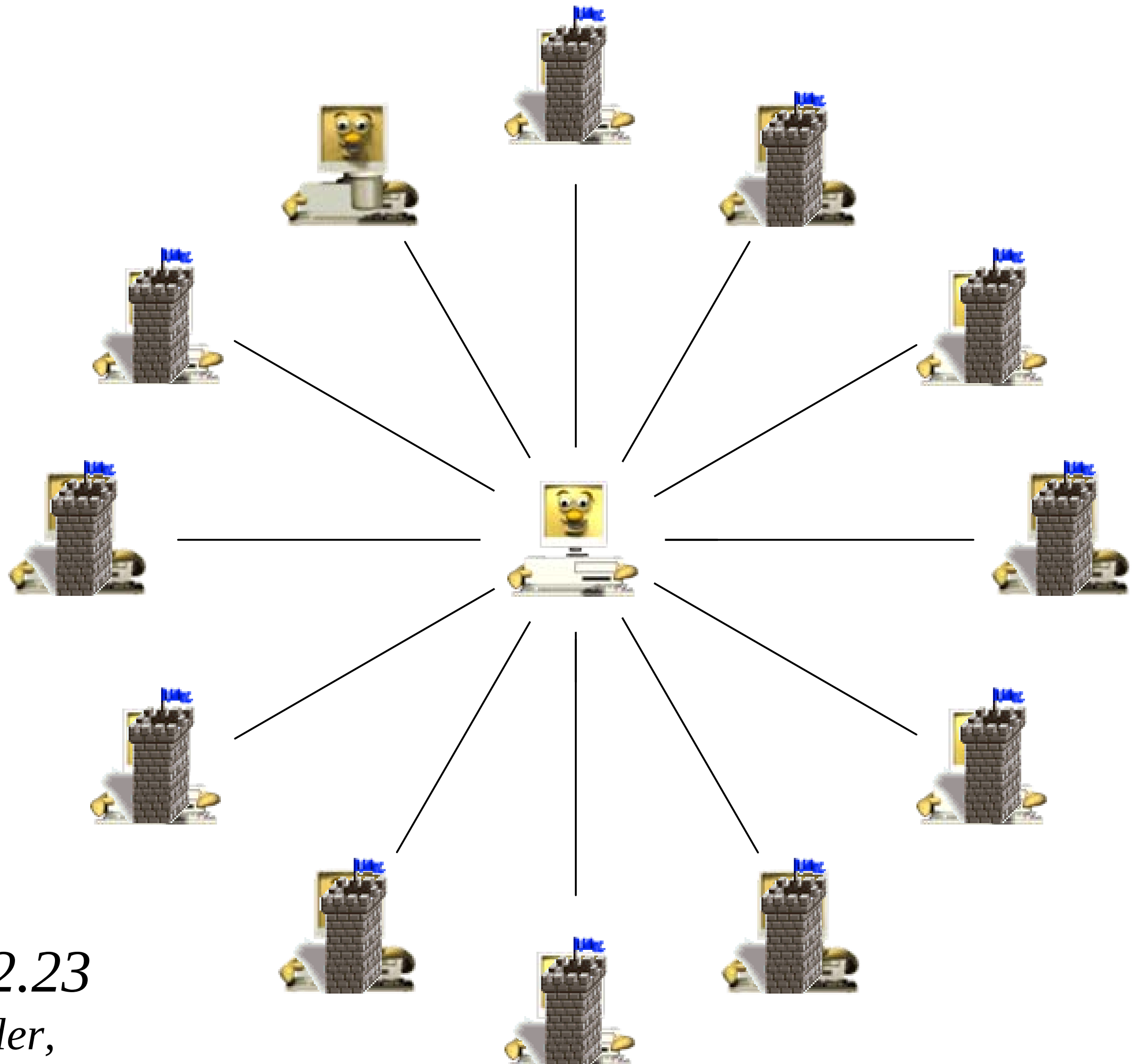
Monotoner Gewinn?

Der Windfall of Friendship steigt nicht monoton!
WoF kann kleiner werden wenn sich Spieler
mehr um ihre Freunde sorgen.

- Beispiel: Sterngraph!

Gegenbeispiel

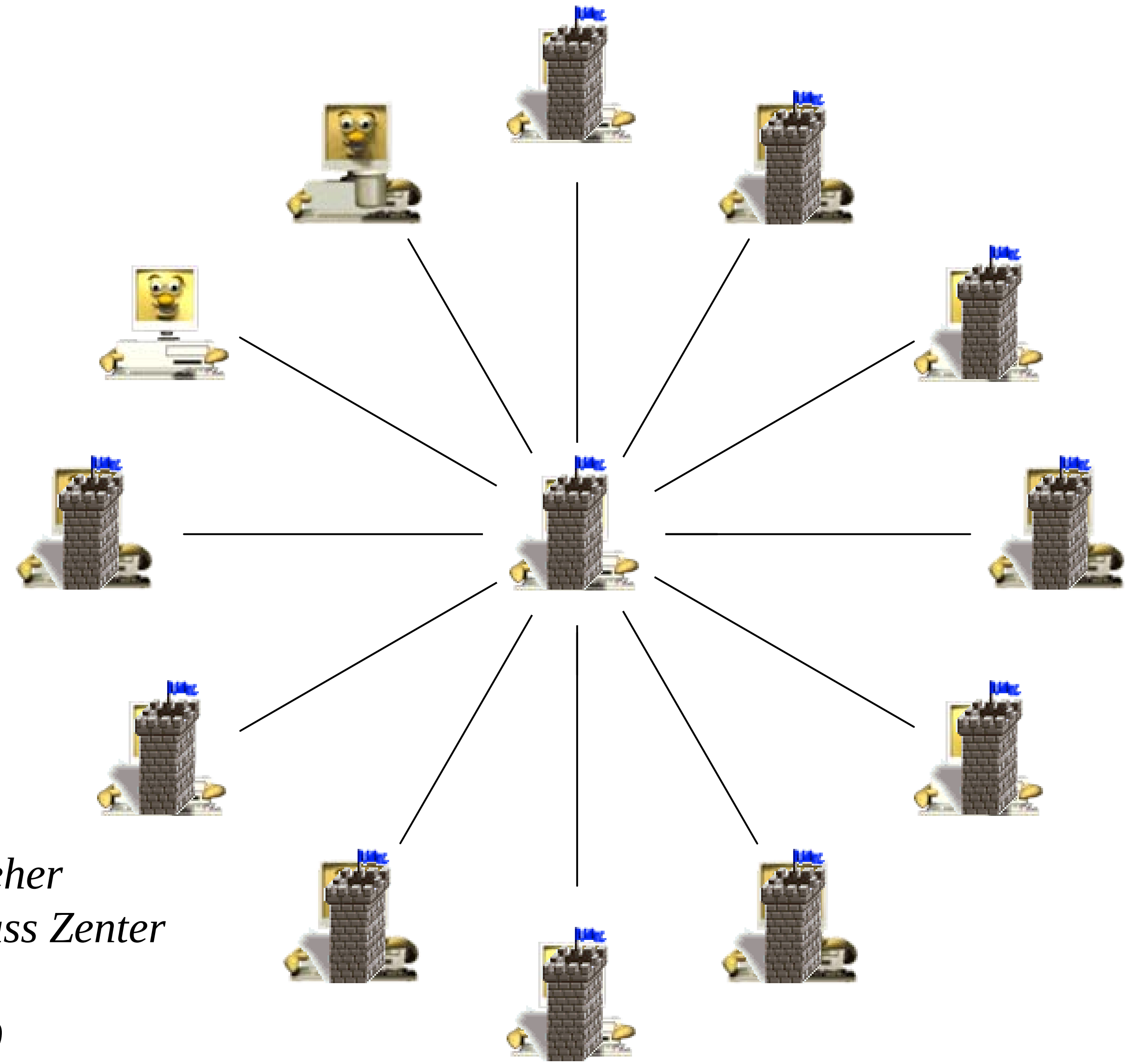
n = 13
C = 1
L = 4
F = 0.9



total cost = 12.23
(viele sichere Spieler,
kleine Attackkomponente)

Gegenbeispiel

$n = 13$
$C = 1$
$L = 4$
$F = 0.1$



Spieler am Rand eher zufrieden, also muss Zenter sicher werden!
total cost = 4.69

Absolute und relative Freunde

Bisher wurden Freunde einzeln berücksichtigt:

$$c_p(i,\vec{a}) = c_a(i,\vec{a}) + F \cdot \sum_{p_j \in \Gamma(p_i)} c_a(j,\vec{a})$$

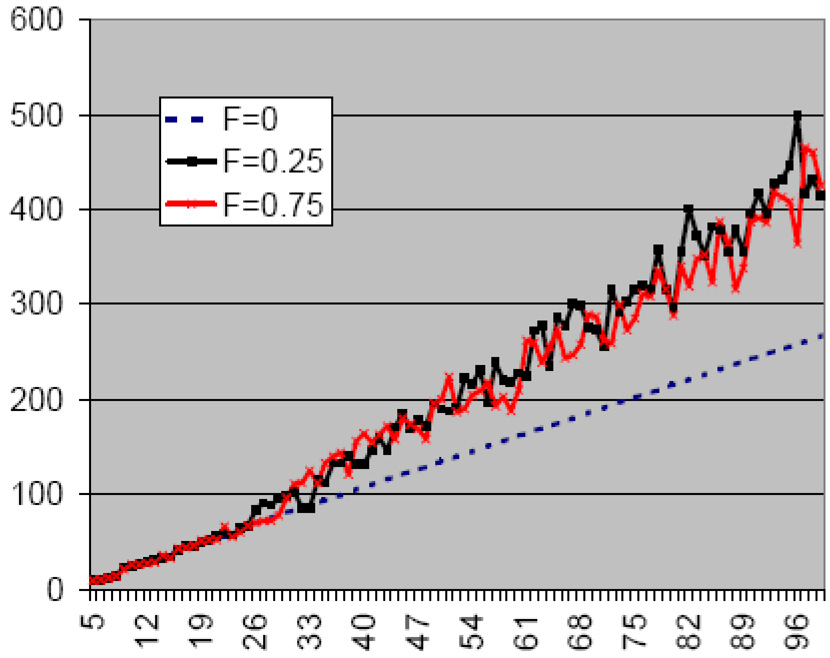
Vielleicht zählen aber Freunde weniger, je mehr man hat?!? Was passiert, wenn man zweiten Summanden durch Anzahl Freunde teilt?

WoF immer noch grössergleich 1, aber Monotonizität scheint nun zu gelten! Sternbeispiel geht nicht mehr.

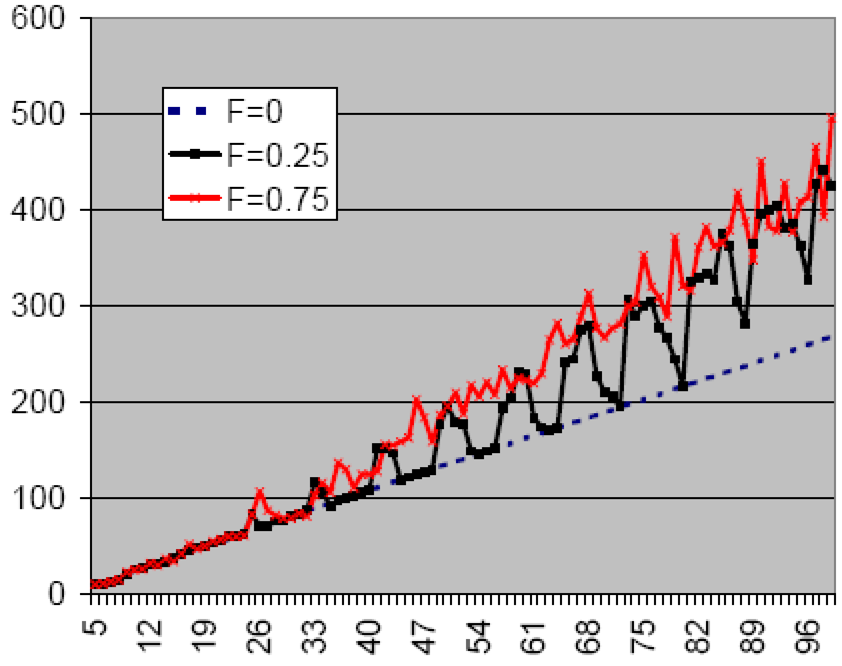
Hat Freundschaft auch einen Preis?!

Freundschaft scheint einen Nachteil zu haben:

Im Vergleich zu egoistischen Szenarien nimmt Konvergenzzeit meistens zu!

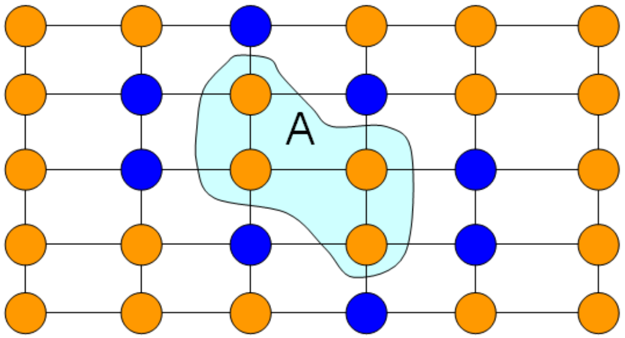


absolute Freunde



relative Freunde

Best-response Konvergenz?



Im egoistischen Umfeld einfach:

$$\Phi(\vec{a}) = \sum_{A \in S_{\text{big}}(\vec{a})} |A| - \sum_{A \in S_{\text{small}}(\vec{a})} |A|$$

Wobei Unterscheidung „gross“ / „klein“ bezgl. t=Cn/L:

Wieso nimmt Potenzial mit jeder Best Response ab?

Wenn ein unsicherer sicher wird: fällt aus grossem A raus!

Wenn ein sicherer unsicher wird: kommt in kleines A rein!

Konvergenzzeit?

Potenzial zwischen –n und +n, nimmt immer um 1 ab, also O(n)!

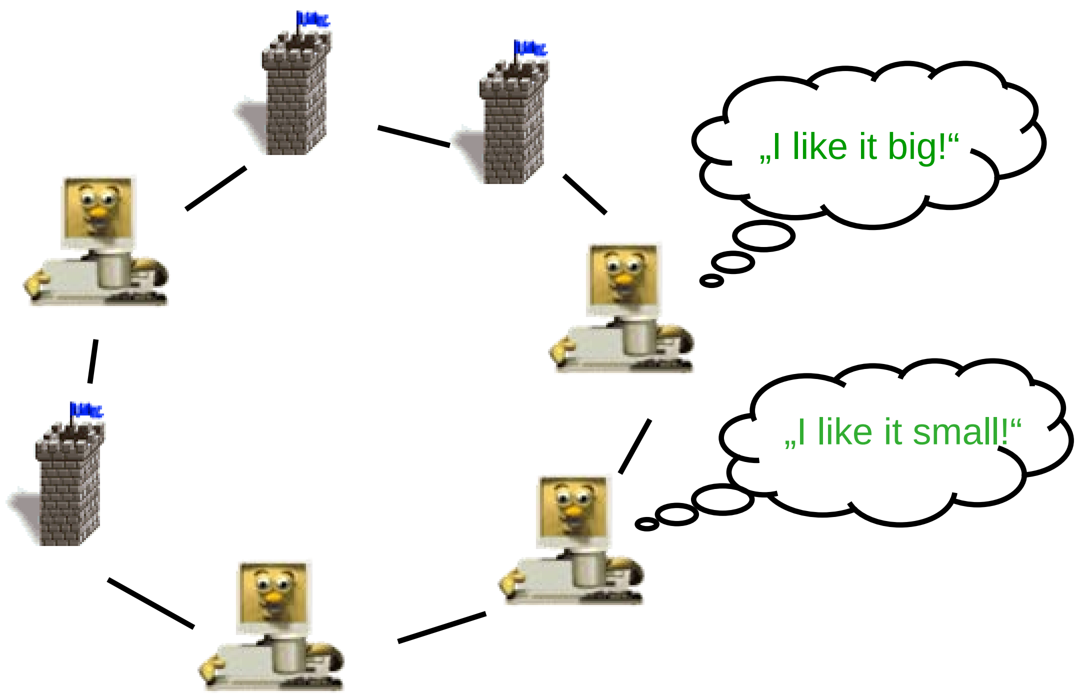
Best-response Konvergenz?

Aber im sozialen Umfeld?! Gibt es überhaupt immer ein Equilibrium?

Offene Frage! Ein paar Diskussionen in Tel Aviv... Wäre gut für Journal Submission. ☺

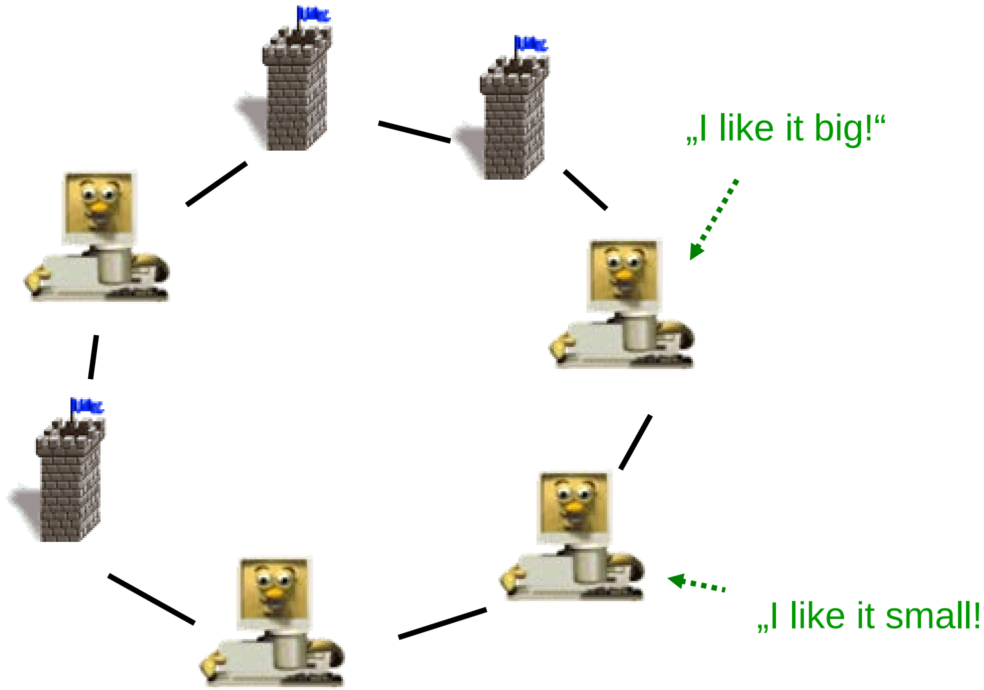
Ideen?

Beispiel Ring:



Best-response Konvergenz?

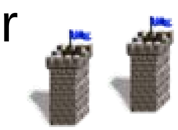
Idee: Passe Potenzialfunktion von Egoisten an?



$$\Phi(\vec{a}) = \sum_{A \in S_{\text{big}}(\vec{a})} |A| - \sum_{A \in S_{\text{small}}(\vec{a})} |A|$$

Aber was ist „gross“ und was „klein“? Vieles probiert...

Bei Ring: Nach zwei „Best-response Phasen“ kann keiner mehr sicher werden neben einem sicheren: Ab dann geht obige Potenzialfunktion, also O(n).



Aber allgemein? In Simulationen kein Gegenbeispiel, aber vielleicht konvergiert‘s trotzdem nicht immer? Oder hat nicht mal ein FNE??

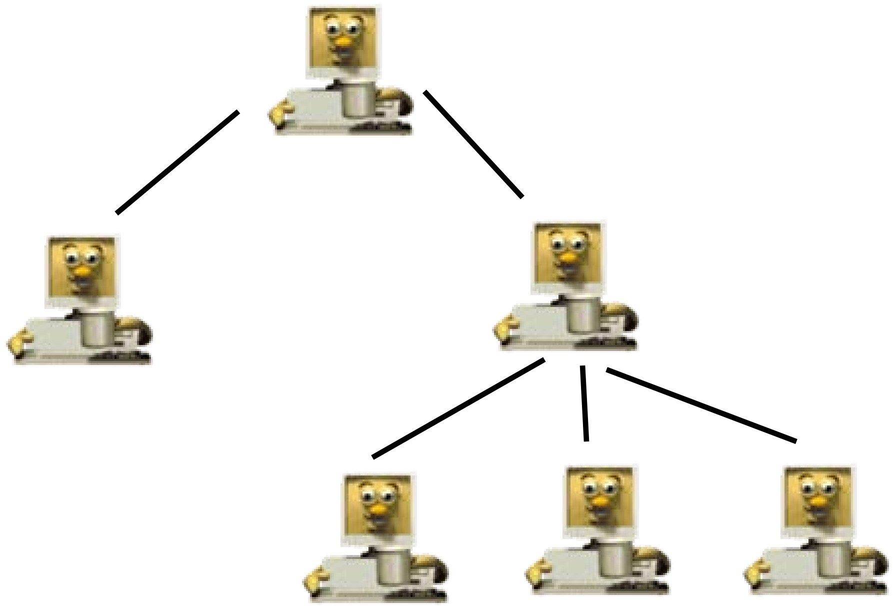
Ideen willkommen (nicht nur bis 10. Januar) ☺

z.B. Bäume?

BR oder Konstruktion?

Wie Graph in Attackkomponenten unterteilen sodass alle zufrieden?

(z.B. alle ähnlichen unsicheren Grad?)



NP-hardness Beweis: Bestes und schlechtestes FNE

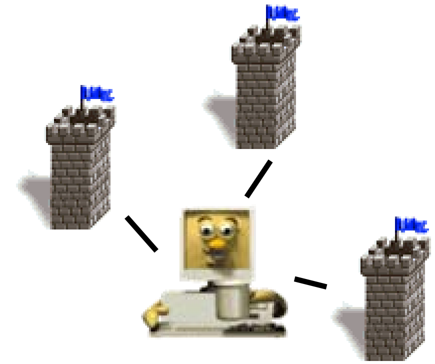
Entscheidungsproblem: Gibt‘s ein FNE mit Kosten mehr oder weniger k?

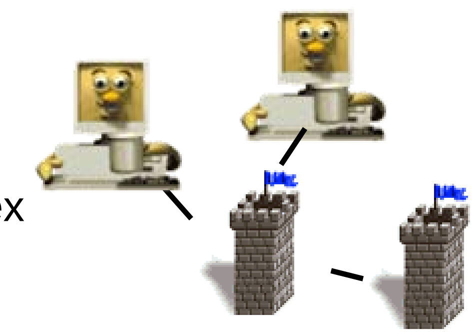
Sei **C=1, L=2n/3** (sehr hohe Schadenskosten):

Notwendige und hinreichende Bedingung für FNE:

(a) alle Nachbarn eines unsicheren Knoten sind sicher (Attackkomponente höchstens 1 gross)

(b) jeder sichere Knote hat mindestens einen unsicheren Nachbarn





<u>Bestes FNE</u>

Minimales Vertex Cover ist bestes FNE: sichere Knoten sind Vertex Cover (jede Kante inzident zu Vertex Cover Knoten)

<u>Schlechtestes FNE:</u>

Independent Dominating Set ist schlechtestes FNE, wenn man alle Knoten ausserhalb des IDS sicher macht

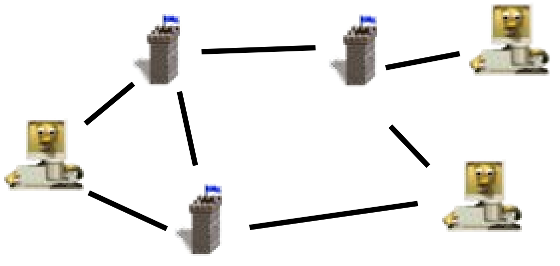
In diesem Falle gibt’s also immer ein Equilibrium!

(Best-response? Verallgemeinerung?)

NP-hardness Beweis

Bestes FNE

Minimales Vertex Cover ist bestes FNE: sichere Knoten sind Vertex Cover



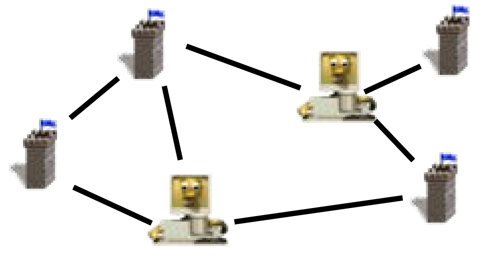
Kosten:

3 C + 3 * 1/6 * L

= 3 + 2 = 5

Schlechtestes FNE:

Independent Dominating Set ist schlechtestes FNE, wenn man alle Knoten in IDS unsicher macht



Kosten:

4 C + 2 * 1/6 * L

= 4 + 4/3 = 5.333...

Weitere Resultate...

Es gibt interessante Approximationsalgorithmen
(z.B. Aspnes et al. @ SODA)

Verschiedene Equilibrien in verschiedenen Graphen
genauer charakterisiert...

Resultate mit beliebigen sozialen Kontexten

Beispiel: **u.a. Network Creation (SIROCCO 2010)**

Windfall of Friendship

Theorem: Society can only benefit from additional „1“-entries in social range matrix! (Worst and best equilibrium are not worse.)

F_{ij}:

	a	b	c	d
a	1	1	0	0
b	1	1	0	0
c	0	1	1	0
d	0	0	1	1

☹

F_{ij}:

	a	b	c	d
a	1	1	1	0
b	1	1	0	0
c	0	1	1	0
d	1	0	1	1

☺

There is an equilibrium with at least as many connections (yielding higher social welfare).

Resultate mit „bösen Spielern“

Beispiel: **Windfall of Malice**

Bösewichte können zu besseren Equilibrien führen!

„When Selfish Meets Evil“ / „Price of Malice“

Moscibroda, Schmid, Wattenhofer (PODC 2006 + IM 2010)

Wenn egoistische Spieler Angst haben vor Bösewichten, spielen sie sicherer. Gibt bessere Resultate.

„Congestion Games with Malicious Players“

Babaioff, Kleinberg, Papadimitriou (EC 2007 + GEB 2009)

Wenn böse Spieler auch Verkehr durchs Netzwerk leiten müssen, können Ineffizienzien von Braess Paradoxen aufgehoben werden, und es gibt bessere

Schöne Weihnachtsferien!

Papers online:

http://www.net.t-labs.tu-berlin.de/~stefan/